



# TANTÁRGYI ADATLAP

## MATEMATIKA A2

### BMETE90AX02

# I. TANTÁRGYLEÍRÁS

## 1. ALAPADATOK

### Tantárgy neve

MATEMATIKA A2

### Azonosító

BMETE90AX02

### A tantárgy jellege

kontaktórás tanegysége

### Kurzustípusok és óraszámok

<i>Típus</i>	<i>óraszám</i>
Előadás	4
Gyakorlat	2
Laboratórium	0

### Tanulmányi

teljesítményértékelés

(minőségértékelés)

típusa

vizsga

Kreditszám

6

### Tantárgyfelelős

*Neve*                      *Beosztása*                      *Email címe*

Dr. Fülöp Otília egyetemi docens otti@math.bme.hu

### Tantárgyat gondozó oktatási szervezeti egység

Külső tanszék

### A tantárgy weblapja

<http://det.math.bme.hu>

### A tantárgy oktatásának nyelve

magyar - HU

### A tantárgy tantervi szerepe, ajánlott féléve

Szak: **Gazdálkodási és menedzsment alapszak 2021/22/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **2**

---

Szak: **Műszaki menedzser alapszak 2015/16/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **2**

---

Szak: **Műszaki menedzser alapszak 2017/18/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **2**

---

Szak: **Műszaki menedzser alapszak 2010**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **2**

---

Szak: **Nemzetközi gazdálkodás alapszak 2018/19/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **2**

---

Szak: **Nemzetközi gazdálkodás alapszak 2020/21/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **2**

---

Szak: **Pénzügy és számvitel alapszak 2019/20/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **2**

---

Szak: **Nemzetközi gazdálkodás alapszak 2022/23/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **2**

---

### Közvetlen előkövetelmények

*Erős* Matematika A1 (BMETE90AX00) – Mathematics A1 (BMETE90AX00)

*Gyenge* Nincs

*Párhuzamos* Nincs

*Kizáró feltételek* Nincs

**A tantárgyleírás érvényessége**

## 2. CÉLKITŰZÉSEK ÉS TANULÁSI EREDMÉNYEK

### Célkitűzések

A tantárgy célja, hogy megismertesse a hallgatókkal a matematika alapjait, a közgazdasági szemléletű gondolkodáshoz szükséges alapvető fogalmakat és tételeket, az improprius integrálok, a lineáris algebra, a többváltozós függvények differenciálszámítása és a végtelen numerikus sorok témakörökben. Mindezen fogalmak és tételek megismertetése mellett célunk, hogy fejlesszük a hallgatók problémamegoldó képességét és erősítsük a hallgatók precíz, igényes közgazdasági elemzés iránti elkötelezettségét.

### Tanulmányi eredmények

#### Tudás

1. ismeri az improprius integrálok típusait és azok tulajdonságait,
2. ismeri a komplex számokat és az algebra alaptételét,
3. ismeri a vektorok skaláris-, vektori- és vegyes szorzatát és ezek tulajdonságait,
4. ismeri az egyenes egyenletrendszerét és a sík egyenletét,
5. ismeri a lineáris tér fogalmát és tulajdonságait,
6. ismeri a rendezett szám  $n$ -esek lineáris terének a struktúráját,
7. ismeri lineáris függetlenség, altér, generált altér, bázis fogalmakat, az altér dimenzióját, vektorrend-szer rangját és az ezekkel kapcsolatos tételeket,
8. ismeri a determináns fogalmát és tulajdonságait,
9. ismeri a mátrixokat és a mátrixműveleteket,
10. ismeri az inverz mátrix és a mátrix rangjának fogalmát,
11. ismeri a lineáris egyenletrendszerek megoldhatóságára vonatkozó tételeket, a Gauss-féle és Gauss-Jordan-féle megoldási módszert,
12. ismeri a többváltozós függvény fogalmát, határértékének kiszámításának módját, a függvény folytonosságának fogalmát,
13. ismeri a parciális derivált, a gradiens vektor, az iránymenti derivált fogalmát és a szemléletes jelentését,
14. ismeri magasabb rendű parciális derivált fogalmát,
15. ismeri a többváltozós függvények Hesse-mátrixának fogalmát,
16. ismeri a derivált mátrix (Jacobi-mátrix) fogalmát,
17. ismeri a láncszabályok speciális eseteit,
18. ismeri a pozitív definit, negatív definit és indefinit kvadratikus alakok definícióját és tulajdonságait,
19. ismeri a pozitív szemidefinit, negatív szemidefinit kvadratikus alakok definícióját és tulajdonságait,
20. ismeri a többváltozós függvények lokális és globális szélsőértékeinek fogalmát és meghatározásuk módszerét, a többváltozós függvények feltételes szélsőértékének fogalmát és meghatározásának módszerét,
21. ismeri a végtelen numerikus sor konvergenciájának fogalmát, a váltakozó előjelű és a pozitív tagú sorok konvergenciájára vonatkozó tételeket, valamint az abszolút és a feltételes konvergencia fogalmát.

#### Képesség

1. képes az improprius integrálok típusának megállapítására és konvergencia vizsgálatára, egyszerűbb a. improprius integrálok értékének kiszámítására,
2. képes komplex számokkal műveleteket végezni (komplex  $n$ -edik gyökök kiszámítását is beleértve),
3. képes egyszerűbb polinomok komplex gyökeit megkeresni,
4. képes vektorok skaláris-, vektori, illetve vegyes szorzatát kiszámítani és érti ezek geometriai jelentését is,
5. képes vektorok lineáris függetlenségét vizsgálni, vektorrendszer rangját meghatározni,
6. képes a mátrixokkal való műveletek végrehajtására, ki tudja számítani egy négyzetes mátrix determinánsát,
7. képes reguláris mátrix inverzét kiszámítani, meghatározza egy mátrix rangját,
8. képes a lineáris egyenletek megoldhatóságának vizsgálatára, paramétereiktől függően a megoldások számának megadására, valamint a megoldás kiszámítására,
9. képes mátrixok sajátértékeit, sajátvektorait meghatározni, mátrixot diagonalizálni,
10. képes többváltozós függvények határértékének, folytonosságának vizsgálatára,
11. képes kellően sima többváltozós függvények parciális, iránymenti deriváltjainak meghatározására, adott pontbeli érintősíki felírására,
12. képes alkalmas többváltozós függvény adott tartományhoz tartozó lokális és globális szélsőértékeinek meghatározására, feltételes szélsőértékfeladat megoldására,
13. képes végtelen numerikus sorok konvergencia tulajdonságainak vizsgálatára, egyszerűbb sorösszegek kiszámítására,
14. képes a tanult matematikai eszközök alkalmazhatóságának eldöntésére és alkalmazására közgazdasági feladatai során,
15. képes a szaktárgyaiban alkalmazni az improprius integrálok, a lineáris algebra, a többváltozós valós függvények differenciálszámítása és a végtelen numerikus sorok esetében tanult módszereket.

#### Attitűd

1. együttműködik az ismeretek bővítése során az oktatóval és hallgató társaival,
2. folyamatos ismeretszerzéssel bővíti tudását,
3. nyitott az információs és kommunikációs technológia eszközeinek használatára,
4. törekszik a matematikai problémák megoldásához szükséges eszközrendszer megismerésére és rutinszerű használatára,
5. törekszik az áttekinthető, pontos és hibamentes feladatmegoldásra,
6. közgazdasági problémák megoldása során törekszik a matematikai ismeretek következetes alkalmazására.

#### Önállóság és felelősség

1. önállóan végzi a matematikai feladatok és problémák végig gondolását és adott források alapján történő megoldását,
2. nyitottan fogadja a megalapozott kritikai észrevételeket,
3. egyes helyzetekben – csapat részeként – együttműködik hallgatótársaival a feladatok megoldásában,
4. gondolkodásában a rendszerelvű megközelítést alkalmazza.

### **Oktatásmódszertan**

Előadások és számítási gyakorlatok. Teljesítményértékelés zárthelyi dolgozatokon és vizsgán.

### **Tanulástámogató anyagok**

- Egyváltozós valós függvények: interaktív e-tananyag, BME Neptun-rendszer (szerzők: Dr. Fülöp Otília, Szűcs Zsolt) – Functions of one real variable: interactive e-learning material in hungarian language, BME Neptun system (authors: Dr. Otília Fülöp, Zsolt Szűcs)
- Többváltozós függvények analízise: interaktív e-tananyag, BME Neptun-rendszer (szerző: Dr. Barabás Béla) – Analysis of multivariable functions: interactive e-learning material in hungarian language, BME Neptun system (authors: Dr. Béla Barabás)
- Lineáris algebra: interaktív e-tananyag, BME Neptun-rendszer (szerző: Dr. Wettle Ferenc) – Linear algebra: interactive e-learning material in hungarian language, BME Neptun system (authors: Dr. Ferenc Wettle)
- Sydsaeter-Hammond: Matematika közgazdászoknak, Aula Kiadó, 1998.
- G. B. Thomas, M.D. Weir, J. Hass: Thomas-féle KALKULUS, TYPOTEX Kiadó, 2006-2007.
- Babcsányi–Gyurmánczi–Wettle–Zibolen: Matematika feladatgyűjtemény II.  
[http://math.bme.hu/jegyzetek/075003\\_Babcsanyi\\_Matematika\\_Feladatgyujtemeny\\_II..pdf](http://math.bme.hu/jegyzetek/075003_Babcsanyi_Matematika_Feladatgyujtemeny_II..pdf)
- Segédletek az előadótól minden anyagrészből – Handouts from the lecturer for each part of the material

# II. TANTÁRGYKÖVETELMÉNYEK

## A TANULMÁNYI TELJESÍTMÉNY ELLENŐRZÉSE ÉS ÉRTÉKELÉSE

### Általános szabályok

A tanulási eredmények ellenőrzése két félévközi összegző értékelés (zárthelyi dolgozat) alapján történik. A vizsgaidőszakban írásbeli vizsga részből és a félévközi eredmények beszámításából álló kombinált vizsgát kell tenni.

### Teljesítményértékelési módszerek

Szorgalmi időszakban végzett teljesítményértékelések részletes leírása: Két összegző tanulmányi teljesítményértékelés: a tantárgy és tudás, képesség típusú kompetenciaelemeinek komplex, írásos értékelési módja két 45 perces zárthelyi dolgozat formájában. A dolgozat alapvetően a tananyag ismeretének szintjére, alkalmazásának képességére fókuszál, és a kapcsolódó feladatok megoldásának képességét ellenőrzi. Az értékelés alapjául szolgáló tananyagrészt a tantárgy előadója határozza meg a gyakorlatvezetőkkel egyeztetve. Mindkét dolgozaton 20 pont érhető el. A teljesítéshez (aláíráshoz) a két összegző tanulmányi teljesítményértékelés összpontszámának minimum 30%-át (azaz a két zárthelyi dolgozatban összesen 12 pontot) kell megszerezni. Opcionális bónuszpontoszerzési lehetőség: az előadásokon és gyakorlatokon való aktív részvétellel a félév során maximum 6 bónuszpont szerezhető, ezzel is növelhető a vizsgára vitt pontszám. A fent említett pontszámok összege, az ún. félévközi pontszám a vizsga eredményébe is beszámít. Korábbi félévekben szerzett érvényes aláírás alapján résztvevők esetében vizsgán félévközi pontszámként 12 pont számolandó. Vizsgaidőszakban végzett teljesítményértékelés (vizsga) Írásbeli teljesítményértékelés (írásbeli vizsga): a tantárgy és tudás, képesség típusú kompetenciaelemeinek komplex, írásos értékelési módja egy 90 perces vizsgadolgozat formájában. A vizsgadolgozat a megszerzett elméleti ismeretek alkalmazására fókuszál, ellenőrzi a tananyagban megtalálható vagy azzal szoros kapcsolatban lévő feladatok megoldásának képességét is. Az értékelés alapjául szolgáló tananyagrészt a tantárgy előadója határozza meg. A vizsgadolgozaton 60 pont érhető el. Félévközi eredmények beszámítása: az aktuális félévben megszerzett félévközi pontszám és a vizsgadolgozat pontszámának p-vel jelölt összege alapján történik az érdemjegy megállapítása. A fenti p pontszám kiszámításának biztosítunk egy másik lehetőséget is, amennyiben ez a számítás kedvezőbb: a két zárthelyi összpontszáma helyett az írásbeli vizsgán elért pontszámot vesszük csak figyelembe és ezt szorozzuk 10/6 -dal. Ehhez még hozzáadjuk a félév során szerzett bónuszpontokat (amennyiben szerzett a hallgató bónuszpontokat). Automatikusan a kedvezőbb pontszámot vesszük figyelembe. A sikeres vizsga szükséges feltétele, hogy ez a p összeg minimum 40 pont (százalékban kifejezve, 40%) legyen.

### Szorgalmi időszakban végzett teljesítményértékelések részaránya a minősítésben

- összegző tanulmányi teljesítmény értékelés (zárthelyi dolgozat): 20%
- összegző tanulmányi teljesítmény értékelés (zárthelyi dolgozat): 20%
- összesen: 40%

### Vizsgaelemek részaránya a minősítésben

- írásbeli vizsga: 60%

### Az aláírás megszerzésének feltétele, az aláírás érvényessége

Az aláírás megszerzésének feltétele a TVSZ-ben előírt jelenléti követelmények teljesítésén túl, hogy a két összegző tanulmányi teljesítményértékelés (zárthelyi dolgozat) eredménye összesen elérje a 12 pontot (30%). A vizsgán csak aláírással rendelkező hallgatók vehetnek részt.

### Érdemjegy-megállapítás

Jeles	> 90
Jeles	85-90
Jó	70-85
Közepes	55-70
Elégséges	40-55
Elégtelen	< 40

### Javítás és pótlás

1) Az összegző tanulmányi teljesítményértékelések (zárthelyi dolgozatok) egyike a képzési időszak utolsó két hetében javítható, ill. pótolható, továbbá a pótlási időszakban különjárási díj megfizetése mellett biztosítunk egy újabb pótlási/javítási lehetőséget. 2) Az írásbeli eredmény alapján meghatározott vizsgajegy szóbeli vizsgával legfeljebb egy jeggyel javítható vagy rontható. Ezen az opcionális szóbeli vizsgán az előadáson elhangzó definíciók és tételek ismeretét kéri számon.

### A tantárgy elvégzéséhez szükséges tanulmányi munka

részvétel a kontakt tanórákon  
félévközi készülés a gyakorlatokra  
felkészülés a teljesítményértékelésekre  
vizsgafelkészülés  
összesen

### A tantárgykövetelmények jóváhagyása és érvényessége

# III. RÉSZLETES TANTÁRGYTEMATIKA

## TEMATIKAI EGYSÉGEK ÉS TOVÁBBI RÉSZLETEK

### A félévben sorra vett témák

- 1 Az improprius integrálok konvergenciavizsgálata. Konvergenciakritériumok pozitív integrandusú, 1. típusú improprius integrálokra. A komplex számok értelmezése, ábrázolása. Műveletek algebrai-, illetve trigonometrikus alakban megadott komplex számokkal. Komplex gyökvonás. Az algebra alaptétele. Vektorok. A vektorműveletek tulajdonságai. A skaláris szorzat, a vektoriális szorzat és a vegyesszorzat értelmezése, tulajdonságaik. A rendezett szám  $n$ -esek lineáris terének a struktúrája. Lineárisan összefüggő és lineárisan független vektorok. Bázis fogalma. Altér, vektorok által kifeszített altér. Altér dimenziója. Vektorrendszer rangja. Mátrixok. Mátrixműveletek (transzponálás, összeg, számszoros, szorzat) értelmezése, műveleti tulajdonságok. Négyzetes mátrix determinánsa: definíció, elemi tulajdonságok. Téglalap mátrix rangja. Négyzetes mátrix inverze. Lineáris egyenletrendszer általános alakja. Az  $m=n$  speciális eset. Az általános eset vizsgálata: Gauss-módszer, Gauss-Jordan módszer. A megoldhatóságra és a megoldás előállítására vonatkozó tétel. A megoldáshalmaz szerkezete homogén, inhomogén egyenletrendszer esetén. Mátrix sajátértékeinek és sajátvektorainak kiszámítása. A diagonalizálhatóság definíciója. Szükséges és elégséges feltétel a diagonalizálhatóságra. Többváltozós függvények szemléltetése. Parciális deriváltak. Iránymenti derivált, totális derivált. Érintősík. Láncszabályok. Lokális szélsőértékek: definíciók, elsőrendű szükséges feltétel, másodrendű elégséges feltétel. Feltételes lokális szélsőértékek: a probléma felvetése, definíciók, szükséges feltétel, elégséges feltétel. Numerikus sor fogalma, konvergenciája, összege. Nevezetes sorok. Abszolút- és feltételesen konvergens sor fogalma. A konvergencia egy szükséges feltétele. Az összehasonlító kritériumok. Gyökkritérium. Hányadoskritérium. Leibniz-típusú sor fogalma és konvergenciája.

### További oktatók

### A tantárgykövetelmények jóváhagyása és érvényessége