



# TANTÁRGYI ADATLAP

## MATEMATIKA A1

### BMETE90AX00

# I. TANTÁRGYLEÍRÁS

## 1. ALAPADATOK

### Tantárgy neve

MATEMATIKA A1

### Azonosító

BMETE90AX00

### A tantárgy jellege

kontaktórás tanegység

### Kurzustípusok és óraszámok

<i>Típus</i>	<i>óraszám</i>
Előadás	4
Gyakorlat	2
Laboratórium	0

### Tanulmányi

teljesítményértékelés

(minőségértékelés)

típusa

vizsga

Kreditszám

6

### Tantárgyfelelős

*Neve*                      *Beosztása*                      *Email címe*

Dr. Fülöp Otília egyetemi docens otti@math.bme.hu

### Tantárgyat gondozó oktatási szervezeti egység

Külső tanszék

### A tantárgy weblapja

<http://det.math.bme.hu>

### A tantárgy oktatásának nyelve

magyar - HU

### A tantárgy tantervi szerepe, ajánlott féléve

Szak: **Gazdálkodási és menedzsment alapszak 2021/22/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **1**

---

Szak: **Műszaki menedzser alapszak 2015/16/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **1**

---

Szak: **Műszaki menedzser alapszak 2017/18/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **1**

---

Szak: **Műszaki menedzser alapszak 2010**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **1**

---

Szak: **Nemzetközi gazdálkodás alapszak 2018/19/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **1**

---

Szak: **Nemzetközi gazdálkodás alapszak 2020/21/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **1**

---

Szak: **Pénzügy és számvitel alapszak 2019/20/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **1**

---

Szak: **Gazdálkodási és menedzsment alapszak 2018/19/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **1**

---

Szak: **Nemzetközi gazdálkodás alapszak 2022/23/1 félévtől**

Tantárgy szerepe: **Kötelező**

Ajánlott félév: **1**

---

### Közvetlen előkövetelmények

*Erős* Nincs

*Gyenge* Nincs

*Párhuzamos* Nincs

*Kizáró feltételek* Nincs

**A tantárgyleírás érvényessége**

## 2. CÉLKITŰZÉSEK ÉS TANULÁSI EREDMÉNYEK

### Célkitűzések

A tantárgy célja, hogy megismertesse a hallgatókkal a matematika alapjait, a közgazdasági szemléletű gondolkodáshoz szükséges alapvető fogalmakat és tételeket az egyváltozós valós függvények differenciálszámítása és integrálszámítása témakörökben. Mindezen fogalmak és tételek megismertetése mellett célunk, hogy fejlesszük a hallgatók problémamegoldó készségét és erősítsük a hallgatók precíz, igényes közgazdasági elemzés iránti elkötelezettségét.

### Tanulmányi eredmények

#### Tudás

1. ismeri a halmazok és függvények fogalmát, elemi tulajdonságait,
2. ismeri a valós számok legfontosabb tulajdonságait,
3. ismeri a végtelen numerikus sorozatok határértékének fogalmát és tulajdonságait, valamint a nevezetes sorozatok határértékeit.
4. ismeri a polinomokat és a velük végzett műveleteket,
5. ismeri a valós egyváltozós függvény határértékének fogalmát és tulajdonságait,
6. ismeri a valós egyváltozós függvény folytonosságának fogalmát és tulajdonságait,
7. ismeri az inverz függvény fogalmát,
8. ismeri az egyváltozós valós függvények differenciálszámításának alapfogalmait és a deriválási szabályokat, valamint az elemi függvények deriváltjait,
9. ismeri a differenciálszámítás középértéktételeit és a L'Hospital szabályt,
10. ismeri a lokális és globális szélsőérték fogalmát,
11. ismeri a teljes függvényvizsgálathoz szükséges alapvető fogalmakat, mint pl. monotonitás, konvexitás, inflexiós pont, aszimptota, függvény grafikonja,
12. ismeri a Taylor polinom fogalmát,
13. ismeri a Riemann integrál fogalmát, a határozott és határozatlan integrál jelentését, a Newton–Leibniz-formulát,
14. ismeri az integrálok kiszámításának a legfontosabb módszereit,
15. ismeri az integrál alkalmazásának legfontosabb eseteit (terület, ívhossz, forgástest térfogata és felszíne, stb.).

#### Képesség

1. képes a számsorozatok határértékének kiszámítására, konvergenciájának, divergenciájának eldöntésére, meg tudja állapítani a sorozatok torlódási pontjait,
2. képes az egyváltozós függvények határértékének kiszámítására,
3. képes vizsgálni egy függvényt folytonosság szempontjából, folytonossá tenni azokat a függvényeket, amelyeket lehet, tudja osztályozni a szakadási helyeket,
4. képes egy (elegendően sokszor) differenciálható függvény deriváltfüggvényét, magasabbrendű deriváltjait kiszámítani,
5. képes (differenciálható) explicit és implicit függvénnyel, vagy akár paraméteres alakban megadott görbéhez érintő egyenest meghatározni,
6. képes alkalmazni a differenciálszámítást szélsőértékek és inflexiós pontok meghatározására,
7. képes teljes függvényvizsgálatot végezni, monotonitási, konvexitási (konkávitási) tartományokat meghatározni, aszimptotikus viselkedést vizsgálni,
8. képes a Taylor polinom segítségével (elegendően sokszor) differenciálható függvények közelítésére,
9. képes integrálható függvények határozott és határozatlan integráljainak kiszámítására, alkalmazva a tanult integrálási módszereket (alapintegrálok használatát, parciális integrálást, első- és második helyettesítési szabályt, racionális törtfüggvények integrálását),
10. képes alkalmazni az integrálszámítást (pl. síktartomány területének, görbe ívhosszának, forgástest térfogatának és felszínének kiszámításánál, stb.)
11. képes a tanult matematikai eszközök alkalmazhatóságának eldöntésére és alkalmazására közgazdasági feladatai során.
12. képes a szaktárgyaiban alkalmazni a tanult módszereket az egyváltozós valós függvények határértéke, folytonossága, differenciál- és az integrálszámítása területén.

#### Attitűd

1. együttműködik az ismeretek bővítése során az oktatóval és hallgató társaival,
2. folyamatos ismeretszerzéssel bővíti tudását,
3. nyitott az információs és kommunikációs technológia eszközeinek használatára,
4. törekszik a matematikai problémák megoldásához szükséges eszközrendszer megismerésére és rutinszerű használatára,
5. törekszik az áttekinthető, pontos és hibamentes feladatmegoldásra,
6. közgazdasági problémák megoldása során törekszik a matematikai ismeretek következetes alkalmazására.

#### Önállóság és felelősség

1. önállóan végzi a matematikai feladatokat és problémák végig gondolatát és adott források alapján történő megoldását,
2. nyitottan fogadja a megalapozott kritikai észrevételeket,
3. egyes helyzetekben – csapat részeként – együttműködik hallgatótársaival a feladatok megoldásában,
4. gondolkodásában a rendszerelvű megközelítést alkalmazza.

### Oktatásmódszertan

Előadások és számítási gyakorlatok. Teljesítményértékelés zárthelyi dolgozatokon és vizsgán.

**Tanulástámogató anyagok**

- Egyváltozós valós függvények: interaktív e-tananyag, BME Neptun-rendszer (szerzők: Dr. Fülöp Otília, Szűcs Zsolt) – Functions of one real variable: interactive e-learning material in hungarian language, BME Neptun system (authors: Dr. Otília Fülöp, Zsolt Szűcs)
- Sydsaeter-Hammond: Matematika közgazdászoknak, Aula Kiadó, 1998.
- G. B. Thomas, M.D. Weir, J. Hass: Thomas-féle KALKULUS, TYPOTEX Kiadó, 2006-2007.
- Fritz Józsefné – Kónya Ilona – Pataki Gergely – Tasnádi Tamás: Matematika gyakorlatok 1.
- <http://tankonyvtar.ttk.bme.hu/pdf/11.pdf>
- Segédletek az előadótól minden anyagrészből – Handouts from the lecturer for each part of the material

# II. TANTÁRGYKÖVETELMÉNYEK

## A TANULMÁNYI TELJESÍTMÉNY ELLENŐRZÉSE ÉS ÉRTÉKELÉSE

### Általános szabályok

A tanulási eredmények ellenőrzése két félévközi összegző értékelés (zárthelyi dolgozat) alapján történik. A vizsgaidőszakban írásbeli vizsga részből és a félévközi eredmények beszámításából álló kombinált vizsgát kell tenni.

### Teljesítményértékelési módszerek

Szorgalmi időszakban végzett teljesítményértékelések részletes leírása: Két összegző tanulmányi teljesítményértékelés: a tantárgy és tudás, képesség típusú kompetenciaelemeinek komplex, írásos értékelési módja két 45 perces zárthelyi dolgozat formájában. A dolgozat alapvetően a tananyag ismeretének szintjére, alkalmazásának képességére fókuszál, és a kapcsolódó feladatok megoldásának képességét ellenőrzi. Az értékelés alapjául szolgáló tananyagrészt a tantárgy előadója határozza meg a gyakorlatvezetőkkel egyeztetve. Mindkét dolgozaton 20 pont érhető el. A teljesítéshez (aláíráshoz) a két összegző tanulmányi teljesítményértékelés összpontszámának minimum 30%-át (azaz a két zárthelyi dolgozatban összesen 12 pontot) kell megszerezni. Opcionális bónuszpontoszerzési lehetőség: a hallgatónak a nulladik zh-ra megírási kötelezettsége van, de erre a (nulladik) zh-ra nincs minimumkövetelmény, csak a szeptemberi nulladik zh 40% feletti teljesítése esetén bónuszpont jár a következők szerint: amennyiben  $x$  jelöli a nulladik zh-n elért pontszámot,  $24 \leq x \leq 29$  pontos nulladik zh eredménnyel 1 bónuszpont,  $30 \leq x \leq 34$  esetén 2 bónuszpont,  $35 \leq x \leq 38$  esetén 3 pont,  $39 \leq x \leq 42$  esetén 4 pont,  $43 \leq x \leq 46$  esetén 5 pont,  $47 \leq x \leq 49$  esetén 6 pont,  $50 \leq x \leq 52$  esetén 7 pont,  $53 \leq x \leq 55$  esetén 8 pont,  $56 \leq x \leq 58$  esetén 9 pont, 59 vagy 60 pontra pedig 10 bónuszpont jár. A nulladik zh pótlásakor már nem szerezhető bónuszpont. Az előadásokon és gyakorlatokon való aktív részvétellel a félév során további (maximum) 6 bónuszpont szerezhető, ezzel is növelhető a vizsgára vitt pontszám. A fent említett pontszámok összege, az ún. félévközi pontszám a vizsga eredményébe is beszámít. Korábbi félévekben szerzett érvényes aláírás alapján résztvevők esetében vizsgán félévközi pontszámként 12 pont számolandó. Vizsgaidőszakban végzett teljesítményértékelés (vizsga) Írásbeli teljesítményértékelés (írásbeli vizsga): a tantárgy és tudás, képesség típusú kompetenciaelemeinek komplex, írásos értékelési módja egy 90 perces vizsgadolgozat formájában. A vizsgadolgozat a megszerzett elméleti ismeretek alkalmazására fókuszál, ellenőrzi a tananyagban megtalálható vagy azzal szoros kapcsolatban lévő feladatok megoldásának képességét is. Az értékelés alapjául szolgáló tananyagrészt a tantárgy előadója határozza meg. A vizsgadolgozaton 60 pont érhető el. Félévközi eredmények beszámítása: az aktuális félévben megszerzett félévközi pontszám és a vizsgadolgozat pontszámának  $p$ -vel jelölt összege alapján történik az érdemjegy megállapítása. A fenti  $p$  pontszám kiszámításának biztosítunk egy másik lehetőséget is, amennyiben ez a számítás kedvezőbb: a két zárthelyi összpontszáma helyett az írásbeli vizsgán elért pontszámot vesszük csak figyelembe és ezt szorozzuk 10/6 -dal. Ehhez még hozzáadjuk a félév során szerzett bónuszpontokat (amennyiben szerzett a hallgató bónuszpontokat). Automatikusan a kedvezőbb pontszámot vesszük figyelembe. A sikeres vizsga szükséges feltétele, hogy ez a  $p$  összeg minimum 40 pont (százalékban kifejezve, 40%) legyen.

### Szorgalmi időszakban végzett teljesítményértékelések részaránya a minősítésben

- összegző tanulmányi teljesítmény értékelés (zárthelyi dolgozat): 20%
- összegző tanulmányi teljesítmény értékelés (zárthelyi dolgozat): 20%
- összesen: 40%

### Vizsgaelemek részaránya a minősítésben

- írásbeli vizsga: 60%

### Az aláírás megszerzésének feltétele, az aláírás érvényessége

Az aláírás megszerzésének feltétele a TVSZ-ben előírt jelenléti követelmények teljesítésén túl, hogy a két összegző tanulmányi teljesítményértékelés (zárthelyi dolgozat) eredménye összesen elérje a 12 pontot (30%). A vizsgán csak aláírással rendelkező hallgatók vehetnek részt.

### Érdemjegy-megállapítás

Jeles	> 90
Jeles	85–90
Jó	70–85
Közepes	55–70
Elégéses	40–55
Elégtelen	< 40

### Javítás és pótlás

1) Az összegző tanulmányi teljesítményértékelések (zárthelyi dolgozatok) egyike a képzési időszak utolsó két hetében javítható, ill. pótolható, továbbá a pótlási időszakban különjárás díj megfizetése mellett biztosítunk egy újabb pótlási/javítási lehetőséget. 2) Az írásbeli eredmény alapján meghatározott vizsgajegy szóbeli vizsgával legfeljebb egy jeggyel javítható vagy rontható. Ezen az opcionális szóbeli vizsgán az előadáson elhangzó definíciók és tételek ismeretét kéri számon.

### A tantárgy elvégzéséhez szükséges tanulmányi munka

részvétel a kontakt tanórákon

félévközi készülés a gyakorlatokra

felkészülés a teljesítményértékelésekre

vizsgafelkészülés

összesen

**A tantárgykövetelmények jóváhagyása és érvényessége**

# III. RÉSZLETES TANTÁRGYTEMATIKA

## TEMATIKAI EGYSÉGEK ÉS TOVÁBBI RÉSZLETEK

### A félévben sorra vett témák

- 1 Halmazok, halmazműveletek, logikai műveletek. Bizonyítási módszerek. Függvények elemi tulajdonságai (korlátosság, monotonitás, periodicitás, páros és páratlan függvények). Nevezetes függvények. Függvénykompozíció.
- 2 Függvények invertálása. Trigonometrikus függvények és inverzeik. Függvények paraméteres, polárkoordinátás megadása. Polinomok.
- 3 Numerikus sorozatok: monotonitás, korlátosság, konvergencia. Véges, végtelen határérték fogalma. Torlódási pont. Konvergenciával kapcsolatos tételek (Bolzano-Weierstrass féle tétel, Cauchy-féle konvergenciakritérium, rendőr-elv.
- 4 Az  $e$  szám. Függvényhatárértékek: Egyoldali határértékek. Átviteli elv – kapcsolat a függvény és sorozat határértéke között. Rendőr-elv függvényekre. Függvények folytonossága: Szakadási helyek osztályozása.
- 5 Bolzano-féle közbülsőpont-tétel, Weierstrass tétele, alkalmazások. Differenciálszámítás: Érintőegyenes egyenlete. Láncszabály. Inverz függvény deriválása. Implicit függvény deriválása. Paraméteres alakban megadott függvény deriválása. Magasabbrendű deriváltak.
- 6 Egyoldali derivált fogalma és kapcsolata a differenciálhatósággal. A differenciálszámítás alkalmazásai: Középtértéktételek. Lokális és abszolút szélsőértékek.
- 7 Lineáris közelítés. Polinomiális közelítés (Taylor-polinomok).
- 8 Szöveges szélsőértékfeladatok. Konvex, konkáv ívek, inflexió pontok. Aszimptotikus vizsgálat.
- 9 L'Hospital szabály. Teljes függvényvizsgálat.
- 10 Integrálszámítás: Primitív függvény, határozatlan integrál, alapintegrálok.
- 11 Alapintegrálokra vezető típusok. Első helyettesítési szabály.
- 12 Parciális integrálás. Határozott integrál: Newton- Leibniz tétel. Integrálszámítás alkalmazásai: Területszámítás feladatok.
- 13 Racionális törtfüggvények integrálása. Határozott integrálokkal kapcsolatos feladatok.
- 14 Síkgörbe ívhossza. Forgástest térfogata, felszíne. Második helyettesítési szabály. A Riemann-integrál tulajdonságai. Integrálfüggvény. Parciális integrálás határozott integrálokra.

### További oktatók

### A tantárgykövetelmények jóváhagyása és érvényessége