Telephelyválasztási modellek

A bevezető jellegű mikroökonómiai tanulmányok során a vállalatok termelési, illetve a háztartások fogyasztási döntéseinél a termelés és a fogyasztás térbeli elemeire nem szoktunk tekintettel lenni. Alapvetően azt tételezzük fel, hogy a vállalat rendelkezik a termelési tevékenység folytatásához szükséges erőforrásokkal, vagyis a termelési tényezőket már korábban beszerezte, így az ezzel járó költségeket nem szükséges figyelembe venni. Ugyanez vonatkozik a háztartásra, akinek döntési helyzetét úgy modelleztük, mintha a piacon osztaná fel jövedelmét a különböző cikkekre. Így figyelmen kívül maradtak a fogyasztók mindazon költségei, amelyek a piacra való közlekedéssel kapcsolatosak. Ezen túl arra sem tértünk ki, hogy a vállalat által előállított termékek vajon hogyan kerültek a fogyasztóhoz vagy a piachoz, s az sem érdekelt bennünket különösképpen, hogy ki fizette a szállítási költségeket.

A mostani megközelítésben elengedhetetlen az előbb felsorolt tényezők figyelembevétele. Ezzel sikerül – igaz: nagyon egyszerűen, a modellezés szempontjából szinte kezdetleges módon – a gazdálkodási teret is bevonni az elemzésekbe. Ennek értelmében a vállalat, illetve a háztartás szokásos mikroökonómiai modelljeit most szigorúan „geográfiai" távolságokkal egészítjük ki, azaz ismertnek tételezzük fel a termelési tényezők térbeli eloszlását, illetve a fogyasztók térbeli elhelyezkedését. Olyan kérdéseket, mint pl. a tényező- vagy termékpiacok szerkezete, egyelőre még mellőzünk, ezeket később fogjuk bevonni az elemzési keretbe.

1. A telephelyválasztás (kétdimenziós) alapmodellje

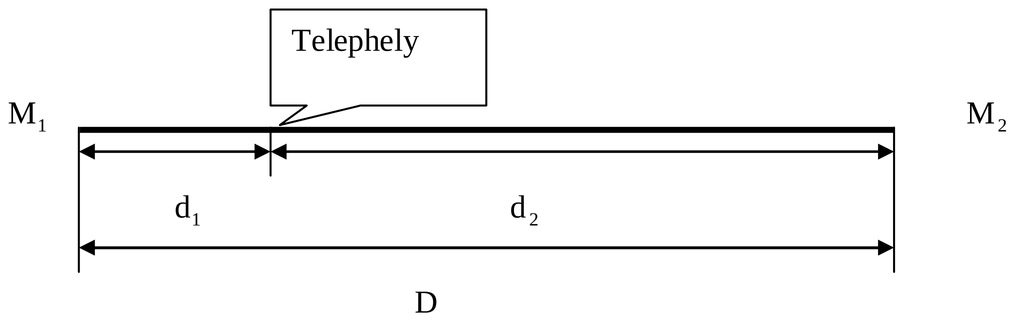
A telephelyválasztás modelljeit először vállalatok vonatkozásában vizsgáljuk meg. Első pillantásra ez talán természetes is, hiszen a háztartás telephelyválasztása kevésbé tűnik jellemzőnek, mint a vállalatok esetében. Ha azonban figyelembe vesszük, hogy lakásvásárlásnál vagy –bérlésnél sem kizárólag az árat, illetve bérleti díjat tarjuk szem előtt, hanem többek között a „lakás fekvését" is, vagyis milyen messze van a legfontosabb bevásárlási lehetőségektől, munkahelyünktől, illetve hány tömegközlekedési eszközt lehet hány perces séta után elérni. Ezek a döntések hasonlóak a vállalat telephelyének kiválasztását eredményező megfontolásokhoz. Így a jelen pontban bemutatásra kerülő és később általánosított modell akár a háztartás lakásvásárlási döntésére is alkalmazható.

Ha a szokásos mikroökonómiai vállalatot tekintjük, akkor ez azt jelenti, hogy – általában két – termelési tényező felhasználásával, azaz ezek technológiailag determinált módon történő kombinációjával valamilyen végterméket állít elő, amelyet később a piacon értékesít. Így lényegében három hellyel kell kalkulálnia: a két termelési tényező lelőhelyével és az általa előállított termék piacának a helyével. Ebből adódóan a vállalat kénytelen a termelési tényezők költségeibe a tényezők szállítási költségeit is beleszámítani, a késztermék ára pedig attól függően alakul, hogy mekkora a távolság a gyártáshely és a fogyasztás helye között. Ha a termelési tényezők árait a lelőhelyükön w_1-gyel és w_2-vel jelöljük, a lelőhelyeknek a gyártáshelytől való távolságát pedig d_1-gyel és d_2-vel adjuk meg, akkor a vállalat tényezőköltségei a telephelyen a lelőhelybeli beszerzési ár és a lelőhely távolságából adódó szállítási költségek összege, azaz $\hat{w}_i = w_i + \tilde{w}_i(d_i)$, $i = 1,2$, ahol $\tilde{w}_i(d_i)$, $i = 1,2$, az i-edik termelési tényező szállítási költsége. Hasonlóképpen adódik a vállalat által előállított termék ára $\hat{p} = p + \tilde{p}(d)$ formában, ahol p a gyár kapujánál fizetendő termékár, d a piac távolsága a vállalattól és $\tilde{p}(d)$ a termék szállítási költsége; tehát ha a fogyasztó a terméket nem közvetlenül a gyártás helyén szerzi be, akkor a $\hat{p}$-ot kell fizetnie.

1. 1. Telephelyválasztás a termelési tényezők függvényében

Az egyszerűség kedvéért az első megközelítésben azt tételezzük fel, hogy a fogyasztók a gyárnál szerzik be a terméket, vagyis a termék szállításától, sőt a termék árától, egyelőre eltekintünk. Ezzel a leegyszerűsítéssel modellünket a következőképpen írhatjuk le:

Valamely vállalat termékét, amelynek mennyiségét q-val jelöljük, két termelési tényezővel állítja elő. Ezek lelőhelyei $M_1 = (x_1, y_1)$ és $M_2 = (x_2, y_2)$; a tényezők mennyiségeit m_1-gyel és m_2-vel jelöljük, a két lelőhely közötti távolságot pedig D-vel. A termék értékesítéséről annyi információnk van, hogy az egységára p; sem a piac helyét, sem az odaszállítás költségeit nem vesszük figyelembe. Ilyen feltételek mellett a telephely nyilván a két lelőhelyet összekötő egyenesen lesz, mégpedig M_1-től d_1 távolságban és d_2 távolságban M_2-től. Nyilván $d_1 + d_2 = D$.



I.1.sz. ábra

A termelési tényező ára a lelőhelyen w_i, $i = 1,2$, amelynek távolságegységenkénti szállítási költségét t-vel jelöljük. Ekkor a tényezőár a telephelyen $\hat{w}_i = w_i + t \cdot d_i$, $i = 1,2$. Mivel a termelő a telephelyet a profitmaximum-feltétel alapján választja ki, ezért a következő feladatot kell megoldania:

$$\Pi = pq(m_1, m_2) - TC = pq(m_1, m_2) - FC - \hat{w}_1 m_1 - \hat{w}_2 m_2 =$$

$$= pq(m_1, m_2) - FC - (w_1 + td_1)m_1 - (w_2 + td_2)m_2 =$$

$$= pq(m_1, m_2) - FC - (w_1 + td_1)m_1 - (w_2 + t(D - d_1))m_2 \quad \rightarrow \quad \max!$$

(Itt FC az összes felmerülő fix költséget jelenti.) Tekintettel arra, hogy az eladási ár, a tényezőárak és a szállítási költségek adottak, ezért a termelő profitját csak a telephely megfelelő megválasztásával maximalizálhatja, azaz attól függően, hogy mennyiben kerül a termelési tényezők szállítása. Ez viszont az út hosszától függ, tehát a teljes költségek függvénye

$$TC = FC + (w_1 + td_1)m_1 + (w_2 + t(D - d_1))m_2. \qquad \text{(I.1)}$$

Ennek konkrét alakjához ismerni kell a termelési technológiát.

a) A *Leontief-féle* termelési eljárás: $q = \min\left\{\frac{m_1}{a_1}; \frac{m_2}{a_2}\right\}$. Tudjuk, hogy ebben az esetben a termelési tényezők *tökéletesen kiegészítik egymást*, vagyis csak meghatározott mennyiségi kombinációkban használhatók és így nem helyettesíthetik egymást.

Ezzel az optimális tényezőmennyiségek $m_1 = a_1 q$ és $m_2 = a_2 q$, amivel a fenti teljesköltség-függvény a

$$TC = FC + (w_1 + td_1)a_1 q + (w_2 + t(D - d_1))a_2 q$$

alakot veszi fel. A minimum feltétel, hogy $\frac{dVC}{dd_1} = 0$, azaz hogy

$$ta_1 q - ta_2 q = (a_1 - a_2)tq = 0.$$

Ebben az esetben a telephely csak a sarokmegoldásoknál értelmezhető egyértelműen:

(i) Ha $a_1 > a_2$, akkor egységnyi kibocsátáshoz az 1-es számú termelési tényező ráfordítása nagyobb, mint a 2-es számúé, így célszerű lenne a telephelyet az 1-es tényező lelőhelyére helyezni, hiszen ekkor minimálisak a szállítási költségek.

(ii) Ha $a_1 < a_2$ akkor a helyzet fordított – egységnyi kibocsátáshoz most a 2-es számú termelési tényezőből kell többet használni, ezért érdemes a telephelyet ezen tényező lelőhelyére építeni.

(iii) Ha pedig $a_1 = a_2$, akkor nem lehet a telephelyet egyértelműen meghatározni, hiszen a tényezőfelhasználás és a szállítási költségek azonos nagysága miatt bármely ponton ugyanazok a kiadások szükségesek.

Példa 1.

Egy vállalat valamely terméket két termelési tényező felhasználásával állítja elő; a termelési függvény $q = F(x_1, x_2) = \min\left\{\frac{1}{2}x_1; \frac{1}{5}x_2\right\}$. A terméket a *C* helyen lévő piacon értékesíti. Tegyük fel, hogy a 2-es számú termelési tényező minimális – jelen esetben az egyszerűség kedvéért zérus – költséggel bárhova szállítható. Ezzel szemben az 1-es számú termelési tényező *M* helye fix; az *M* és *C* közötti távolság 10. A szállítási költség (egységnyi távolságra, valamint egységnyi termékre, illetve termelési tényezőre) 3.
Határozza meg a vállalati telephely piactól való távolságát!

b) A technológiát egy *neoklasszikus*, elsőfokú homogén termelési függvény segítségével is leírhatjuk: $q = F(m_1, m_2)$. Az alkalmazandó eljárás ugyanaz, mint az egymást tökéletesen kiegészítő tényezők esetében: *először az optimális tényezőmennyiségeket határozzuk meg, majd az ezek felhasználásával kialakuló költségeket a távolság szempontjából minimalizáljuk.* Legyen a neoklasszikus termelési függvény az egyszerűség kedvéért Cobb-Douglas-típusú, azaz $q = F(m_1, m_2) = m_1^{\alpha} m_2^{1-\alpha}$. Az optimális tényezőmennyiségeket a

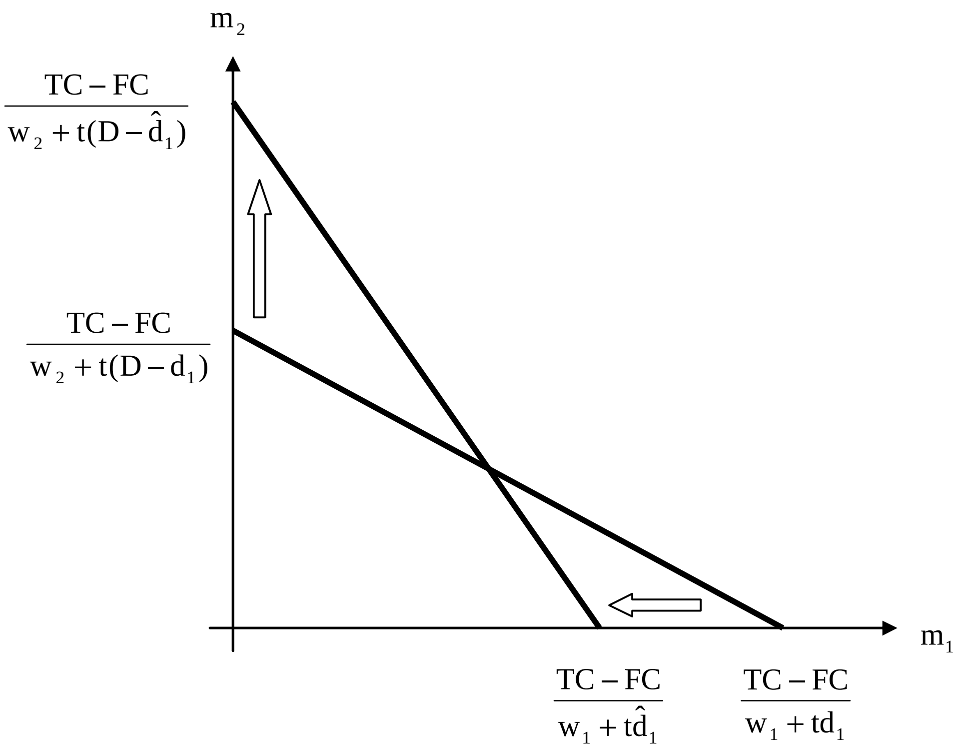
$$TC = FC + (w_1 + td_1)m_1 + (w_2 + t(D - d_1))m_2$$

összköltség-függvény minimalizálásával határozzuk meg, természetesen egy meghatározott $\bar{q} = m_1^{\alpha} m_2^{1-\alpha}$ termelési szintet feltételezve.

Mielőtt azonban az analitikus megoldást előállítanánk, nézzük meg egy grafikon segítségével a megadott helyzetet és értelmezzük a keresett megoldást! Az (I.1)-es költségfüggvényt m_2-re átrendezve adódik az

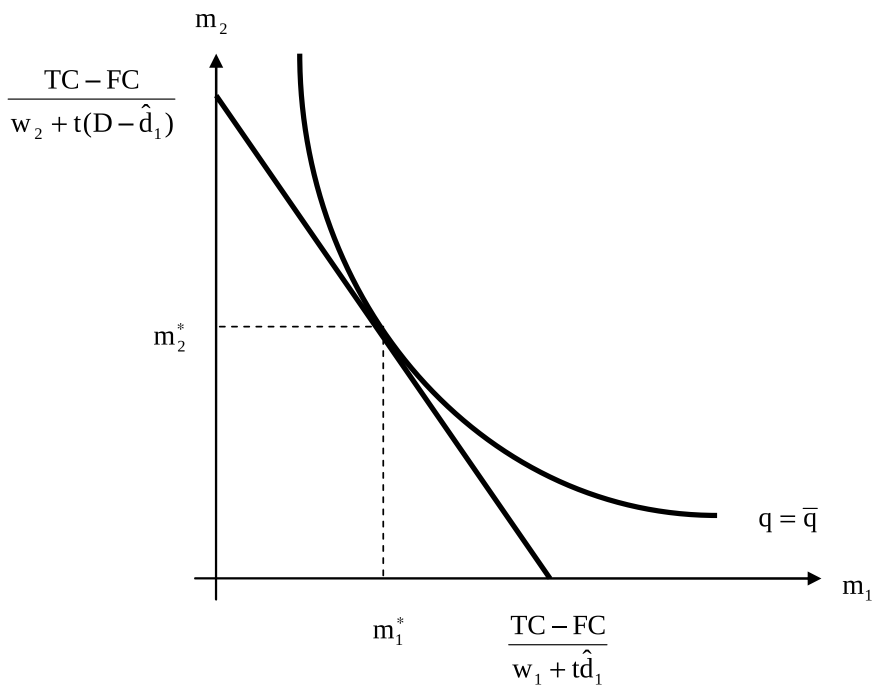
$$m_2 = \frac{1}{w_2 + t(D - d_1)}(TC - FC) - \frac{w_1 + td_1}{w_2 + t(D - d_1)} m_1 \qquad \text{(I.2)}$$

isocost-egyenes, amelynek meredeksége $-\dfrac{w_1 + td_1}{w_2 + t(D - d_1)}$. A függőleges tengelyt (szokásos koordinátában ábrázolva) a $\left(0; \dfrac{1}{w_2 + t(D - d_1)}(TC - FC)\right)$ pontban, a vízszintes tengelyt pedig a $\left(\dfrac{TC - FC}{w_1 + td_1}; 0\right)$ pontban metszi. Ennek következménye, hogy az isocost-egyenes az összköltségek változásával párhuzamosan tolódik el – a teljes költségek növekedésével távolodik az origótól, csökkenő összköltségek viszont az origó felé mozdítják az egyenest. A meredekség viszont a d_1 távolság függvénye is. Ha a d_1 távolság nő – ceteris paribus, akkor az egyenes meredekségét kifejező tört számlálója nő, a nevező értéke pedig csökken, vagyis a d_1 távolság növekedése meredekebb isocost-egyenest eredményez, a szóban forgó távolság csökkenése ennek megfelelően laposabb isocost-egyeneshez vezet. (Ld. az I.2. ábrát, ahol az előzőek értelmében $d_1 < \hat{d}_1$.)



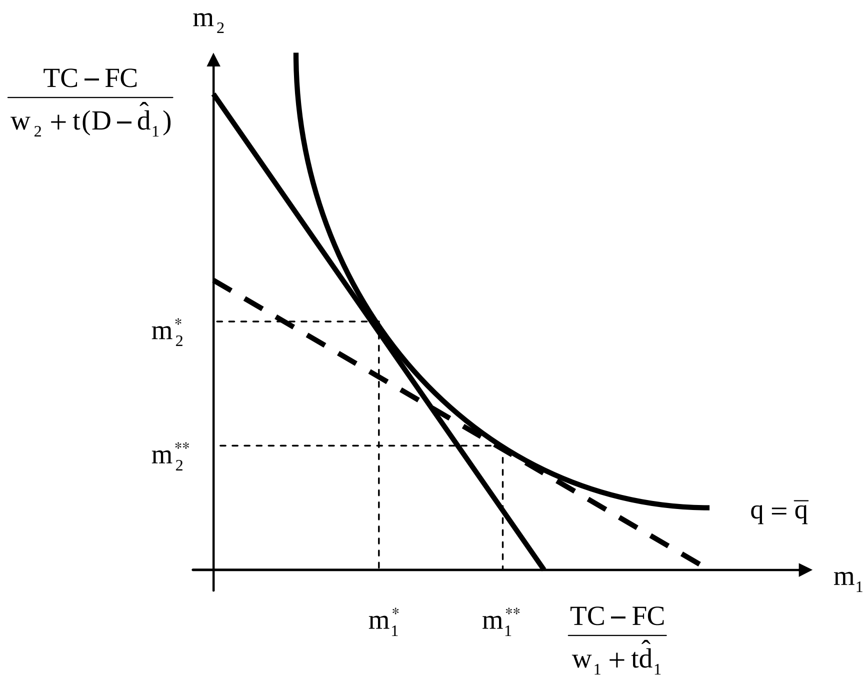
I.2. ábra

A Cobb-Douglas-féle termelési függvényből származtatható az isoquant-görbék rendszere, adott $\bar{q}$ termelési szinthez az $m_2 = \bar{q}^{\frac{1}{1-\alpha}} m_1^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}$ képlettel leírható isoquant-görbe tartozik. Ha most *feltételezzük*, hogy a telephely és az M_1 lelőhely közötti d_1 távolság értéke adott, mondjuk $\hat{d}_1$, akkor az optimális tényezőmennyiségeket (m_1^*-ot és m_2^*-ot) a mikroökonómiai tanulmányokból jól ismert módon, azaz a $\hat{d}_1$-hez tartozó isocost-egyenes és a $\bar{q}$ termelési szinthez tartozó isoquant-görbe érintési pontjával határozzuk meg (ld. I.3. ábra).



I.3. ábra

Az így nyert optimális megoldás természetesen csak a *feltételezett* d_1 távolság mellett érvényes, amely nem feltétlenül az az érték, amely az összköltségeket minimalizálja. Ez utóbbira azonban szintén igaz, hogy a hozzá tartozó isocost-egyenes az $m_2=\bar{q}^{\frac{1}{1-\alpha}}m_1^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}$ isoquant-görbét érinti. Az optimális telephely távolságát az M_1 lelőhelytől tehát úgy találjuk meg, hogy az isocost-egyenes az isoquant-görbe mentén elmozdítjuk, míg a költségminimumot el nem érjük. A feladat végső megoldása például az $\left(m_1^{**};m_2^{**}\right)$ pont lehet, ha a $\hat{d}_1$ távolság az optimális telephely szempontjából túl nagynak bizonyult (ld. I.4. ábra).



I.4. ábra

Ezek után vezessük le a feladat megoldását analitikus módon. Ezt – a korábbiaknak megfelelően – itt is két lépésben tesszük meg:

a) Egy feltételezett távolság mellett határozzuk meg az optimális tényezőkombinációt, utána
b) meghatározzuk, hogy az a) pontban kiszámított optimális tényezőmennyiségek mekkora összköltségeket eredményeznek és megkeressük ezeknek a minimumát a d_1 távolság szempontjából.

Az a) feladatrész megoldásához képezzük a

$$L(m_1, m_2, \lambda) = (w_1 + td_1)m_1 + (w_2 + t(D - d_1))m_2 + \lambda[\bar{q} - m_1^{\alpha} m_2^{1-\alpha}] \qquad \text{(I.3)}$$

Lagrange-függvényt, amelynek minimumát[1] a két tényezőmennyiség, valamint a λ szorzó szempontjából keressük; természetesen a fenti kifejezésben szereplő d_1 távolság még nem változik, hiszen ez egy a korábbiakban említett, állandónak feltételezett érték. A számítások elvégzése[2] után adódnak az optimális tényezőmennyiségek

$$m_1^* = \bar{q} \cdot \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{w_1 + td_1}{w_2 + t(D - d_1)} \right)^{\alpha - 1} \qquad \text{(I.4)}$$

és

[1] Ebből világosan látszik, hogy a korábban is megnevezett fix költségek (FC) semmilyen szerepet nem játszanak az optimális megoldás meghatározásánál.
[2] A számítási menetet ld. az I. Függelékben.

$$m_2^* = \bar{q}\cdot\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{w_1+td_1}{w_2+t(D-d_1)}\right)^{\alpha}, \tag{I.5}$$

amelyek az állandónak feltételezett d_1 távolságtól függnek. Ezzel végeztünk az a) feladatrésszel.

A b) feladatrész megoldásához az optimális tényezőkombinációhoz tartozó teljes költséget kell meghatározni. Ehhez az előbb meghatározott optimális tényezőmennyiségeket az összköltségfüggvénybe helyettesítjük be és azt kapjuk, hogy

$$TC = FC + \left\{[w_1+td_1]\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{w_1+td_1}{w_2+t(D-d_1)}\right)^{\alpha-1}\right\}\cdot\bar{q} +$$

$$+\left\{[w_2+t(D-d_1)]\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{w_1+td_1}{w_2+t(D-d_1)}\right)^{\alpha}\right\}\cdot\bar{q} =$$

$$= FC + \frac{1}{\alpha}[w_1+td_1]\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{w_1+td_1}{w_2+t(D-d_1)}\right)^{\alpha-1}\cdot\bar{q}. \tag{I.6}$$

Ezt a távolság szerint minimalizáljuk, amihez írjuk át az (I.6)-os összefüggést a következő alakba:

$$TC = FC + \frac{1}{\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha-1}\bar{q}\cdot\frac{[w_1+td_1]^{\alpha}}{[w_2+t(D-d_1)]^{\alpha-1}}.$$

Ennek d_1 szerinti első deriváltja két tényező szorzata.

$$\frac{dTC}{dd_1} = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha-1}\bar{q}\cdot$$

$$\cdot\left\{\frac{\alpha t[w_1+td_1]^{\alpha-1}[w_2+t(D-d_1)]^{\alpha-1}+t(\alpha-1)[w_1+td_1]^{\alpha}[w_2+t(D-d_1)]^{\alpha-2}}{[w_2+t(D-d_1)]^{2(\alpha-1)}}\right\} =$$

$$=\frac{1}{\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\alpha-1}\bar{q}\cdot\left\{\frac{t[w_1+td_1]^{\alpha-1}[w_2+t(D-d_1)]^{\alpha-2}[\alpha(w_2+t(D-d_1))+(\alpha-1)(w_1+td_1)]}{[w_2+t(D-d_1)]^{2(\alpha-1)}}\right\}.$$

Ez a kifejezés csak akkor lehet zérus, ha a kapcsos zárójelben szereplő tört számlálója zérus. A négy szorzótényező közül az első három semmiképpen sem lehet 0. A szállítási költség nyilván nem 0, $t \neq 0$. Mivel $0 < \alpha < 1$, ezért a második és a harmadik szorzótényező valójában $\frac{1}{[w_1 + td_1]^{1-\alpha}}$, illetve $\frac{1}{[w_2 + t(D - d_1)]^{2-\alpha}}$, amelyek szintén nem vehetik fel a zérus értékét. Így $\frac{dVC}{dd_1} = 0$, ha

$$\alpha(w_2 + t(D - d_1)) + (\alpha - 1)(w_1 + td_1) = 0 .$$

Ebből adódik a végeredmény:

$$d_1 = \frac{\alpha w_2 - (1-\alpha)w_1}{t} + \alpha D. \qquad \text{(I.7)}$$

Mivel $d_2 = D - d_1$, ezért

$$d_2 = (1-\alpha)D + \frac{(1-\alpha)w_1 - \alpha w_2}{t} . \qquad \text{(I.8)}$$

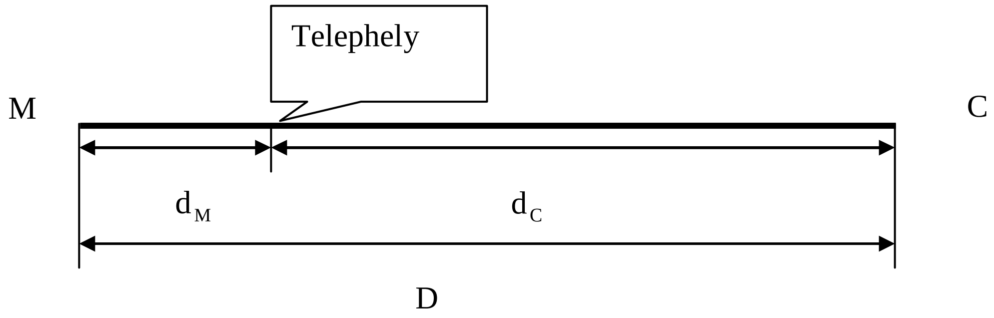
Az eredményből látszik, hogy a telephely és az első (a második) termelési tényező lelőhelye közötti távolság nő, ha a második (az első) termelési tényező ára megnő, hiszen nyilvánvalóan költségkímélőbb az olcsóbb termelési tényezőt hosszabb távon szállítani. Közgazdaságtani szempontból ugyanúgy látható be, hogy a lelőhelyek közötti távolság növekedésével nőnek a szállítási utak, illetve a tényezőegységre és távolságegységre jutó szállítási költség növekedésével csökken a telephely optimális távolsága a tényezők lelőhelyeitől.

Gyakorló feladat (I.2):

Milyen változások lépnek fel a fenti modellben, ha a két termelési tényező szállítási költségei eltérőek?

1. 2. Telephelyválasztás egy fix lelőhelyű termelési tényező és a piac függvényében

Az eddig követett gondolatmenet természetesen arra az esetre is alkalmazható, amikor a termelő az egyetlen használt termelési tényező lelőhelyétől és a termékpiac helyétől, valamint az ott elérhető ártól teszi függővé a telephely kiválasztását. Így az I.1. számú ábra helyet az alábbi szituációt kell elemezni. Itt M-mel változatlanul a termelési tényező lelőhelyét jelöljük, a C betű pedig a termékpiacot jelöli; ennek megfelelően d_M a telephely és a tényező lelőhelye közötti távolság, d_C -vel pedig a telephely és a piac közötti távolságot adjuk meg. Egyelőre feltételezzük, hogy a termelő tökéletes versenypiacra viszi a termékét, azaz árelfogadó.



I.5. ábra

Az előző modelltől annyiban különbözik a mostani helyzet lényegesen, hogy a termelő nemcsak a tényezőpiacon tevékenykedik, hanem a termékpiacon is. Így szállítás most mind a költségoldalon, mind a bevételi oldalon jelenik meg. Tekintettel arra, hogy a termelő most csak egyetlen egy tényezőt használ változó mennyiségben, az összköltség-függvénye most a következő:

$$TC = FC + (w_M + t_M d_M)m .$$

A vállalat bevételei elsősorban a piacon elérhető ártól, $\hat{p}$-tól, függnek. Mivel kikötöttük azt, hogy a termelő viszi a piacra a termékét, így neki kell fizetni a szállítási költséget; nem tökéletes versenypiac esetén, pl. amikor a termelő monopolhelyzetben van, akkor a termelő ezeket a költségeket vagy legalábbis egy részüket át tudná hárítani a fogyasztóra, de ezt most kizártuk. Mivel a szállítási költség, a korábbi jelölést itt is alkalmazva, $\tilde{p}(d) = t_C d_C q$, ezért a vállalat által realizálható bevétel

$$TR = (\hat{p} - t_C d_C)q .$$

Ezzel a termelő profitfüggvénye

$$\Pi = (\hat{p} - t_C d_C)q - FC - (w_M + t_M d_M)m ,$$

illetve a $D = d_M + d_C$ összefüggést felhasználva

$$\Pi = \hat{p} - t_C (D - d_M)q - FC - (w_M + t_M (D - d_c))m. \tag{I.9}$$

Az előző esethez hasonlóan itt is csak akkor lehet konkrét eredményeket levezetni, ha ismerjük a termelő által használt technológiát, azaz a termelési függvényt. Legyen a jelen esetben parciális termelési függvény $q = f(m)$, amely természetesen a szokásos feltételeknek tesz eleget, azaz $f'(m) = \frac{df}{dm} > 0$ és $f''(m) = \frac{d^2 f}{dm^2} < 0$; ilyen függvény például a jól ismert $q = \sqrt{m}$. Ha ezt az összefüggést a fenti profitfüggvénybe behelyettesítjük, akkor azonnal látszik, hogy a profit két változótól függ: a telephely és a tényező lelőhelye közötti távolságtól és a tényezőmennyiségtől. Ezek tehát a termelő döntési lehetőségei[3] és mivel racionálisan viselkedve a nyereség maximumára törekszik, ezért a profitfüggvény most a következőképpen írható fel:

$$\Pi(d_M, m) = (\hat{p} - t_C d_c) f(m) - FC - (w_M + t_M (D - d_c)) m. \qquad \text{(I.10)}$$

Mivel jelen esetben nincs mellékfeltétel, a megoldás könnyen levezethető.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial d_C} = -t_C \sqrt{m} + t_M m = 0, \qquad \text{(I.11)}$$

valamint

$$\frac{\partial \Pi}{\partial m} = (\hat{p} - t_C d_C) \frac{1}{2\sqrt{m}} - (w_M + t_M (D - d_C)) = 0. \qquad \text{(I.12)}$$

Az első egyenletből adódik, hogy $\sqrt{m} = \frac{t_C}{t_M}$ m, azaz

$$m = \left(\frac{t_C}{t_M} \right)^2, \qquad \text{(I.13)}$$

ami az (I.12)-es egyenlettel együtt a d_C távolságot determinálja:

$$d_C = \frac{2w_M}{t_M} + 2D - \frac{\hat{p}}{t_C}. \qquad \text{(I.14)}$$

Látszik, hogy ebben az esetben a telephely távolsága a piactól nő a termelési tényező lelőhelybeli árával, vagyis a termelési tényező magasabb kitermelési költségei miatt arra törekszik a vállalat, hogy telephelyét közelebb vigye a tényező lelőhelyéhez. Azonnal belátható az is, hogy ha az össztávolság (D), akkor minden bizonnyal a telephely és a piac közötti távolság is nő. Kissé furcsa viszont a szállítási költségeknek a hatása arra, hogy a piactól vett mekkora távolságban létesíti a termelő a telephelyét: Ha nő a termelési tényező szállítási költsége, akkor a fenti képlet értelmében inkább a piachoz közeli helyre telepítik az üzemet, ha pedig a termék szállítási költségei nőnek, akkor a telephelyet inkább a termelési tényező lelőhelyéhez viszik közelebb.

Gyakorló feladat (I.3.):

Értelmezze az utolsó állítást közgazdasági szempontból! Közben gondoljon arra, hogy milyen feltevéseket kötöttünk ki a modell felállításakor!

---

[3] Az első pillanatra úgy tűnik, mintha a tényező lelőhelye és mennyisége, azaz kizárólag a költségoldal determinálna a termelő helyzetét. Ha azonban belegondolunk abba, hogy a telephely és a tényező lelőhelye közötti távolság helyett a telephely és a piac távolságát is használhatnánk döntési változóknak, akkor rögtön kiderül, hogy ez nem így van.

Gyakorló feladat (I.4.):

Vizsgálja meg a fenti modellt, ha a technológia lineáris, azaz sem csökkenő, sem növekvő hozadékok érvényesülnek! Értelmezze a kapott eredményt!

I. Függelék

Az (I.3) Lagrange-függvényt

$$L(m_1, m_2, \lambda) = (w_1 + td_1)m_1 + (w_2 + t(D - d_1))m_2 + \lambda[\bar{q} - m_1^{\alpha} m_2^{1-\alpha}]$$

az m_1, m_2 tényezőmennyiségek, valamint a λ szorzó szerint deriválva és 0-val egyenlővé téve, azt kapjuk, hogy

$$\frac{\partial L}{\partial m_1} = w_1 + td_1 - \lambda\alpha m_1^{\alpha-1} m_2^{1-\alpha} = 0 \tag{F.1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_2} = w_2 + t(D - d_1) - \lambda m_1^{\alpha}(1-\alpha) m_2^{-\alpha} = 0 \tag{F.2}$$

és

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = [\bar{q} - m_1^{\alpha} m_2^{1-\alpha}] = 0 \tag{F.3}$$

Az (F.1) egyenletet λ-ra átrendezve adódik

$$\lambda = \frac{w_1 + td_1}{\alpha m_1^{\alpha-1} m_2^{1-\alpha}},$$

amit (F.2)-be behelyettesítjük. Ebből kapjuk m_2-re:

$$m_2 = \frac{w_2 + t(D - d_1)}{w_1 + td_1} \frac{1-\alpha}{\alpha} m_1. \tag{F.4}$$

Ezt behelyettesítjük az (F.3) összefüggésbe és ebből határozzuk meg az első tényező optimális mennyiségét:

$$m_1^* = \bar{q}\left\{\frac{w_1 + td_1}{w_2 + t(D - d_1)} \frac{1-\alpha}{\alpha}\right\}^{\alpha-1}. \tag{F.5}$$

Ezt az eredményt az (F.4) összefüggésbe visszahelyettesítve adódik a másik tényező optimális mennyisége a következő alakban:

$$m_2^* = \bar{q}\left\{\frac{w_1 + td_1}{w_2 + t(D - d_1)} \frac{1-\alpha}{\alpha}\right\}^{\alpha}. \tag{F.6}$$